Т.М. Конкіна, викладач фізики
С.М. Дзюба, викладач математики
Лубенського фінансово-економічного коледжу Полтавської державної аграрної академії м. Лубни, Полтавська обл.

План-конспект бінарного заняття з фізики та математики

Тема заняття: Гармонічні коливання

Мета заняття:

- ввести поняття гармонічних коливань, навчити студентів складати рівняння, будувати і аналізувати графіки гармонічних коливань, продовжити формувати уміння виконувати перетворення графіків тригонометричних функцій, сприяти усвідомленню єдності наук фізики та математики;
- розвивати пізнавальну активність студентів, пам’ять, увагу та уяву, логічне мислення, уміння аналізувати, порівнювати;
- виховувати свідоме і відповідальне ставлення до навчання, поглиблювати інтерес до вивчення математики і фізики, формувати атмосферу співпраці на занятті.

Тип заняття: бінарне заняття

Методи: рольова гра-подорож, розповідь, бесіда, пояснення, тестування, гра-вправа (кросворд), демонстрація, ілюстрація, виконання вправ, метод «уявного мікрофону».

Унаочнення, обладнання: мультимедійний проектор, проекційний екран, ПК зі встановленими MS Power Point, MS Excel, слайди з ілюстраціями, тестові завдання, кросворд, електрифікований стенд «Гармонічні коливання», фізичний і математичний маятники, креслярські прилади, дошка, обладнання для гри-подорожі.

Література:

1. Математика: Підручник / О.М. Афанасьєва, Я.С. Бродський та ін. – К.: Вища школа, 2001. – Р.ІІ, §1, п. 1.6.
2. Гончаренко С.У. Фізика: Підручн. для 11 кл. серед. загальноосв. шк. - К.: Освіта, 2002. – Р.ІІ, §10 – 12.

Хід заняття

І. Організаційна частина

Мобілізація уваги студентів.

На екрані – зображення залізничного вокзалу. Чути сигнал поїзду, що наближається.

Диспетчер: «Увага! Увага! Каси продовжують продаж квитків на фізико-математичний поїзд!»

Викладач фізики: Шановні студенти! Пропонуємо вам здійснити поїздку фізико-математичною залізницею, щоб перевірити свої знання і дізнатися багато нового.

Викладач математики: Ні для кого не секрет, що фізика і математика упродовж століть крокують поряд, доповнюючи і пояснюючи одна одну.

Викладач фізики: Так, фізичні закони потребують математичного обґрунтування, а математичні поняття відображають досвід вивчення явищ і процесів дійсності.

Викладач математики: Сьогодні під час подорожі ми спробуємо встановити зв'язок між тригонометричними функціями і законами коливального руху.

II. Перевірка домашнього завдання і контроль знань

Викладач математики: Для посадки у вагони необхідно придбати білети в касі вокзалу. Такими білетами для вас є правильні відповіді на тестові завдання. Розв'язавши завдання, потрібно підійти до контролера (стіл зі встановленим ПК) і показати квиток (ввести в клітинку таблиці MS Excel номер правильної відповіді). Якщо відповідь правильна, в клітинці поряд з'являється літера, у випадку помилки - «Білет недійсний!».

Студенти групи отримують два варіанти тестових завдань (додаток 1), *які виконують самостійно*.

Диспетчер: «Увага! Увага! Фізико-математичний поїзд відправляється від платформи! Прохання до пасажирів зайняти свої місця у вагонах!»

Студенти здають роботи. Два студенти, попередньо вибрані провідниками у I і II вагонах, перевіряють роботи за шаблоном.

Для здійснення самоконтролю викликані викладачем студенти вводять по черзі відповіді на запитання тесту. На екрані у клітинках таблиці з'являється тема «Гармонічні коливання!»

III. Підготовка студентів до вивчення нового матеріалу

- **Повідомлення теми, мети, завдань заняття**

Викладач математики: Зверніть увагу на знак оклику в кінці записаної теми заняття. Він свідчить, що серед пасажирів фізико-математичного поїзду «зайців» немає, і ми спокійно можемо розпочати подорож, тематика якої – «Гармонічні коливання» (*студенти записують тему в зошити*).

Як і кожна поїздка, наша подорож фізико-математичною залізницею має мету (*викладач оголошує мету заняття*).

Викладач фізики: Для досягнення мети нам потрібно зупинитися на окремих станціях, що відповідають нашим спільним завданням (*схема маршруту зображена на екрані*).

Перша станція – «Пізнавальна». Нам потрібно з'ясувати, що являють собою гармонічні коливання, задати їх формулою, а також вказати основні характеристики цих коливань.

Викладач математики: Друга станція – «Відтворююча». Тут ми повинні пригадати елементарні перетворення графіків тригонометричних функцій, щоб за поданими графіками назвати основні характеристики гармонічних коливань.
Викладач фізики: Третя станція – «Творча». Наше завдання - навчитись застосовувати вивчені формули для опису коливальних процесів.

- **Актуалізація життєвого досвіду і опорних знань**

Викладач математики: Тригонометричний матеріал ми повторили на початку поїздки, а наші контролери нам в цьому допомогли (*оголошення оцінок, акцент на типових помилках*).
Викладач фізики: Настав час подивитись, чи зручно нашим пасажирам у вагонах. Для цього ми повторимо відомості про коливальний рух та рух по колу.
На екрані – зображення кросворду. Викладач зачитує питання кросворду в заданому порядку (додаток 2)*, а студент, що виконує роль провідника вагону, розгадані слова вносить в кросворд.*

- **Мотивація навчальної діяльності**

Викладач математики: У ході подорожі ми ще раз переконаємось у тісному зв'язку між фізикою та математикою завдяки можливості опису коливального руху засобами тригонометрії.

IV. Вивчення нового матеріалу

Провідник: Шановні пасажири! Фізико-математичний поїзд прибуває до станції «Пізнавальна»! Зупинка на цій станції потребує від усіх уваги, фізичних знань та математичного мислення.

Тихо звучить класична музика

Викладач фізики: Як ви думаєте? Що пов'язує музику з рухом маятника старого годинника, гойданням катера на хвилях, биттям серця, рухом голки швейної машинки?

Студенти висловлюють свої думки

Механічні коливання - це один із видів механічного руху. Найпростішими механічними коливаннями є так звані гармонічні коливання. Їх вивчення дає можливість досліджувати й більш складні коливання і рухи, оскільки останні можна в багатьох випадках вважати такими, що складаються з певної кількості простих гармонічних коливань.

Коливання - найпоширеніша форма руху в навколишньому світі і техніці. Коливаються дерева під дією вітру, поршні у двигуні автомобіля. Ми можемо розмовляти й чути звуки завдяки коливанням голосових зв'язок, повітря і барабанних перетинок; коливається серце. Це все приклади механічних коливань. Світло - це також коливання, але коливання електромагнітні. За допомогою електромагнітних коливань, які поширюються в просторі, здійснюють радіозв'язок, радіолокацію, телевізійні передачі, а також лікують певні хвороби.

Надзвичайно важливим є дослідження коливань у техніці. Деякі коливання можна виявляти лише за допомогою спеціальних датчиків. Такими коливаннями є, наприклад, коливання різних споруд, корпусів і деталей машин, літальних апаратів тощо. Датчики сприймають коливання, перетворюють їх здебільшого в електричні сигнали, які реєструються вимірювальними приладами, електронними осцилографами та іншими пристроями.

Отже, в цілому коливання - це рухи або зміни стану, що характеризуються тим або тим ступенем повторюваності в часі. Коливання поділяють на періодичні та неперіодичні. Найпростіші періодичні коливання - це гармонічні коливання. **Гармонічними коливаннями** називають періодичні зміни фізичної величини з часом, що відбуваються за законом синуса або косинуса.

Коливання називають періодичними, якщо значення фізичних величин, які змінюються в процесі коливань, повторюються через однакові проміжки часу.

Розглянемо коливальну систему.

Демонстрація коливання вантажу на пружині (фізичний маятник) та коливання кульки на нитці (математичний маятник).

Як змінюється координата тіла? *(Студенти відповідають, що координата тіла змінюється періодично).*

Найпростішим прикладом періодичних коливань є **гармонічні коливання**, під час яких фізична величина змінюється з плином часу за законом $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$, або $x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$.

З допомогою електрифікованого стенду встановлюється зв'язок між гармонічним коливанням і рухом по колу.

Викладач математики: Найпростіший приклад гармонічного коливання - це коливання вздовж осі *Ox* проекції кінця радіуса-вектора точки, що рухається по колу радіуса *A* (рис. 1).

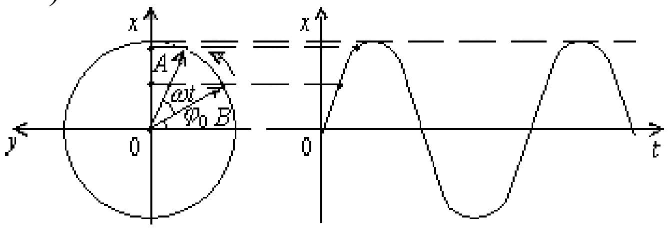


Рис.1.

Нехай точка рухається зі сталою кутовою швидкістю ω, тобто за одиницю часу точка повертається на кут ω рад. У початковий момент часу, тобто при $t = 0$ радіус вектор *OB* утворює з віссю *Oy* кут φ_0, а за час t описує кут ωt, звідси кут між радіус вектором ОА та віссю *Oy* дорівнює – $\omega t + \varphi_0$ рад.

Визначимо закон, за яким змінюється координата x точки кола. Для цього знайдемо проекцію точки А на вісь *Ox*. Але спочатку згадаємо означення тригонометричної функції синус для довільного аргументу.

Студенти формулюють означення.

Синусом числа α називається ордината точки одиничного кола, одержаної внаслідок повороту початкової точки на кут α рад.

Викладач математики: З означення випливає, що у випадку руху точки по одиничному колу, її ордината дорівнювала б $\sin(\omega t + \varphi_0)$. Оскільки радіус кола дорівнює А одиниць, то в момент часу t координата точки $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$.

Таким чином, ми одержали закон зміни координати точки під час гармонічного коливання.

Викладач фізики: Нагадаємо зміст величин у записаній формулі: x - зміщення тіла (коливальної системи) від положення рівноваги; A – амплітуда; ω - циклічна частота; $T = \frac{2\pi}{\omega}$ – період коливання; φ_0– початкова фаза.

Викладач математики: На слайдах (рис. 2) ми можемо бачити графіки гармонічних коливань, що відрізняються амплітудою (a), періодом (b), початковою фазою (c).

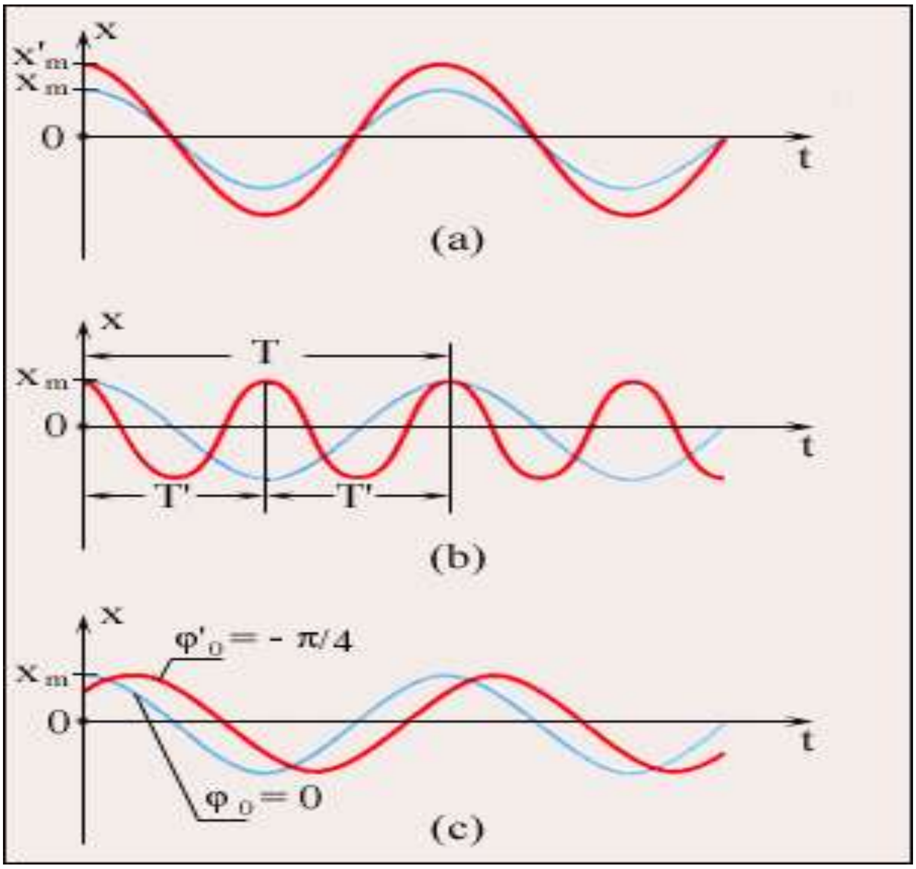


Рис.2

Викладач математики: Які геометричні перетворення графіків тригонометричних функцій потрібно виконати, щоб одержати графіки заданих гармонічних коливань?

Студенти висловлюють свої думки

Приклад 1. Знайти амплітуду, період і початкову фазу гармонічного коливання, яке задане формулою $y = 2{,}5\sin\left(\frac{t}{3} + \frac{\pi}{4}\right)$.

За формулою гармонічного коливання $y = A\sin(\omega t + \varphi_0)$ маємо його амплітуду $\grave{A} = 2{,}5$; кутову частоту $\omega = \frac{1}{3}$ і початкову фазу $\varphi_0 = \frac{\pi}{4}$. За відомою кутовою частотою знайдемо період коливання: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi$.

Приклад 2. Дано коло, центр якого збігається з початком координат, радіус дорівнює 10 см, горизонтальний діаметр лежить на осі Ох. Точка рухається по колу проти годинникової стрілки, виконуючи два повних оберти за секунду. Початкове положення точки збігається з правим кінцем горизонтального діаметра.

а) Скласти формулу, яка виражає закон зміни ординати точки з часом.

б) Знайти ординату точки через $\frac{1}{16}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{2}$ с після початку руху.

в) У які моменти часу положення точки на колі вперше збігається з кінцями горизонтального і вертикального діаметрів?

Скористаємося формулою гармонічного коливання $y = A\sin(\omega t + \varphi_0)$. За умовою задачі маємо його амплітуду $\grave{A} = 10$; кутову частоту $\omega = 2\pi \cdot 2 = 4\pi$ і початкову фазу $\varphi_0 = 0$. Таким чином, ордината точки з часом змінюється за законом $y = 10\sin 4\pi t$.

При $t = \frac{1}{16}$ $y = 10\sin 4\pi \cdot \frac{1}{16} = 10\sin\frac{\pi}{4} = 10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$.

При $t = \frac{1}{6}$ $y = 10\sin 4\pi \cdot \frac{1}{6} = 10\sin\frac{2\pi}{3} = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$.

При $t = \frac{1}{2}$ $y = 10\sin 4\pi \cdot \frac{1}{2} = 10\sin 2\pi = 10 \cdot 0 = 0$.

За 1 с точка виконує 2 повних оберти. Тому через $\frac{1}{8}$ с вона здійснює $\frac{1}{4}$ оберту, тобто положення точки вперше збігається з верхнім кінцем вертикального діаметра $\left(4\pi t = \frac{\pi}{2}\right)$. Через $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$ с точка переміститься до лівого кінця горизонтального діаметра $(4\pi t = \pi)$, а через $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$ с – до нижнього кінця вертикального діаметра $\left(4\pi t = \frac{3\pi}{2}\right)$. (Значення часу можна знайти аналітично, розв’язавши вказані рівняння для кута повороту точки).

V. Узагальнення та систематизація навчального матеріалу

Провідник: Шановні пасажири! Фізико-математичний поїзд відправляється зі станції «Пізнавальна»! Прохання до всіх зайняти свої місця і пригадати вивчені відомості.

Викладач фізики: *(метод «уявного мікрофону»)*

1. Наведіть приклади гармонічних коливань у природі.
2. Поясніть зміст основних характеристик коливального руху, якими описуються гармонічні коливання: амплітуди, кутової частоти, початкової фази та періоду.

VI. Закріплення знань

Провідник: Шановні пасажири! Фізико-математичний поїзд прибуває до станції «Відтворююча»! При виході з вагонів будьте уважні та обережні – не забувайте вивчених понять і формул.

Викладач математики:

Вправа 1. На екрані подано графік гармонічного коливання (без вказування формули).

а) $y = 6\sin\left(3t + \frac{\pi}{3}\right)$; б) $y = \frac{1}{2}\sin\left(t - \frac{\pi}{4}\right)$; в) $y = \frac{1}{4}\sin 3t$.

Знайдіть амплітуду, період і початкову фазу гармонічного коливання, запишіть відповідну залежність $y = f(t)$.

Провідник: Шановні пасажири! Фізико-математичний поїзд відправляється зі станції «Відтворююча» і прямує до станції «Творча», де ви матимете можливість застосувати здобуті знання та вміння.

Викладач математики:

Вправа 2. Точка рухається по колу. Її проекція на вертикальний діаметр здійснює при цьому гармонічне коливання, яке визначається формулою $y = 3\sin\left(5t - \frac{\pi}{6}\right)$. Дайте відповіді на запитання:

а) Скільки повних обертів робить точка за 2π одиниць часу?
б) Чому дорівнює радіус кола, по якому рухається точка?
в) Чому дорівнює період коливання?
г) Яке початкове положення точки?

Вправа 3. Точка Р виконує гармонічні коливання вздовж відрізка АВ=16см. Відхилення L точки Р від середини відрізка АВ змінюється залежно від часу за законом: $L = 8\sin\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{6}\right)$.

а) Знайдіть положення точки Р на відрізку АВ на початку руху; через 2 с; через 4 с; через 6 с від початку руху.
б) Через скільки секунд після початку руху точка вперше досягне положення В?

VII. Підведення підсумків заняття

Викладач фізики:

Кожна подорож колись закінчується. Дуже приємно, що всі пасажири фізико-математичного поїзду доклали зусиль, щоб наша поїздка була успішною та корисною. На кінцевій зупинці наші пасажири отримують не речі, а оцінки за роботу на занятті. Сподіваємось, що знання, уміння і навички, здобуті під час подорожі, подібно до вдалих знімків і приємних вражень, ще не раз знадобляться при вивченні фізики та математики.

VIII. Повідомлення домашнього завдання

Опрацювати теоретичний матеріал:
1. Математика: Підручник / О.М. Афанасьєва, Я.С. Бродський та ін. – К.: Вища школа, 2001. – Р.ІІ, §1, п. 1.6.
2. Гончаренко С.У. Фізика: Підручн. для 11 кл. серед. загальноосв. шк. - К.: Освіта, 2002. – Р.ІІ, §10 – 12.

Виконати вправи:
Математика: Підручник / О.М. Афанасьєва, Я.С. Бродський та ін. – К.: Вища школа, 2001. – Р.ІІ, §1, п. 1.6., №120(1,5), №124(1,2,3).

Додаток 1

ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ З ТЕМИ «ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ»

Варіант №1

1. Вкажіть координатні чверті, де функція $y = \sin x$ набуває додатних значень:
   1) I і IV;
   2) II і III;
   3) I і II;
   4) II і IV.

2. Нехай P_α – точка одиничного кола, одержана внаслідок повороту початкової точки $P_0(1; 0)$ на кут α радіан. Тоді $\cos\alpha$ - це…
   1) координата точки P_α;
   2) абсциса точки P_α;
   3) ордината точки P_α;
   4) відстань до точки P_α.

3. Яке з наведених нижче значень не може бути періодом функції $y = tgx$:
   1) 2π;
   2) $\frac{51\pi}{3}$;
   3) π;
   4) $\frac{3\pi}{2}$.

4. Вкажіть взаємне розміщення лінії котангенсів і одиничного кола:
   1) дотикаються в точці (1; 0);
   2) перетинаються в точці (1; 0);
   3) дотикаються в точці (0; 1);
   4) перетинаються в точці (0; 1).

5. Область визначення функції $y = ctgx$:
   1) $(-\infty; \infty)$;
   2) $[-1; 1]$;
   3) $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right)$; $n \in Z$;
   4) $(\pi n; \pi + \pi n)$; $n \in Z$.

6. Яке з наведених нижче чисел не може бути значенням функції $y = \sin x$:
   1) 0;

2) $\frac{1}{5}$;
3) π;
4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

7. Серед поданих нижче функцій вкажіть парну:
   1) $y = 2\sin x$;
   2) $y = \cos x - 1$;
   3) $y = tgx + 4$;
   4) $y = \frac{1}{3} ctgx$.

8. Для отримання графіка $y = ctg2x$ при відомому графіку $y = ctgx$, потрібно виконати:
   1) стиск до осі Ox в 2 рази;
   2) розтяг від осі Ox в 2 рази;
   3) стиск до осі Oy в 2 рази;
   4) розтяг від осі Oy в 2 рази.

9. Графік функції $y = \cos x$ паралельно перенесли вздовж осі Ox на $\frac{\pi}{3}$ одиниці вправо. При цьому отримали графік функції:
   1) $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$;
   2) $y = \cos x + \frac{\pi}{3}$;
   3) $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$;
   4) $y = \cos x - \frac{\pi}{3}$.

10. Вкажіть формулу, що задає усі нулі функції $y = \sin x$:
   1) $x = 2\pi n,\ n \in Z$;
   2) $x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$;
   3) $x = \pi + 2\pi n,\ n \in Z$;
   4) $x = \pi n,\ n \in Z$.

Таблиця правильних відповідей:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	2	4	3	4	3	2	3	1	4

Варіант №2

1. Вкажіть формулу, що задає усі нулі функції $y = \cos x$:
   1) $x = 2\pi n, n \in Z$;
   2) $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$;
   3) $x = \pi + 2\pi n, n \in Z$;
   4) $x = \pi n, n \in Z$.

2. Яке з наведених нижче значень може бути періодом функції $y = ctgx$:
   1) $\frac{5\pi}{2}$;
   2) $\frac{11\pi}{4}$;
   3) $\frac{39\pi}{3}$;
   4) $\frac{\pi}{2}$.

3. Вкажіть взаємне розміщення лінії тангенсів і одиничного кола:
   1) дотикаються в точці (1; 0);
   2) перетинаються в точці (1; 0);
   3) дотикаються в точці (0; 1);
   4) перетинаються в точці (0; 1).

4. Нехай P_α – точка одиничного кола, одержана внаслідок повороту початкової точки P_0(1; 0) на кут α радіан. Тоді $\sin\alpha$ - це…
   1) координата точки P_α;
   2) абсциса точки P_α;
   3) ордината точки P_α;
   4) відстань до точки P_α.

5. Область значень функції $y = \cos x$:
   1) $(-\infty; \infty)$;
   2) $[-1; 1]$;
   3) $[2\pi n; \pi + 2\pi n]$; $n \in Z$;
   4) $(\pi n; \pi + \pi n)$; $n \in Z$.

6. Яке з наведених нижче чисел не належить області визначення функції $y = tgx$:
   1) 0;
   2) $\frac{\pi}{7}$;

3) π;
4) $\frac{3\pi}{2}$.

7. Серед поданих нижче функцій вкажіть непарну:
   1) $y=\frac{1}{3}\sin x$;
   2) $y=2\cos x+5$;
   3) $y=1-tgx$;
   4) $y=ctgx+\frac{\pi}{2}$.

8. Для отримання графіка $y=\frac{1}{4}\sin x$ при відомому графіку $y=\sin x$, потрібно виконати:
   1) стиск до осі Ox в 4 рази;
   2) розтяг від осі Ox в 4 рази;
   3) стиск до осі Oy в 4 рази;
   4) розтяг від осі Oy в 4 рази.

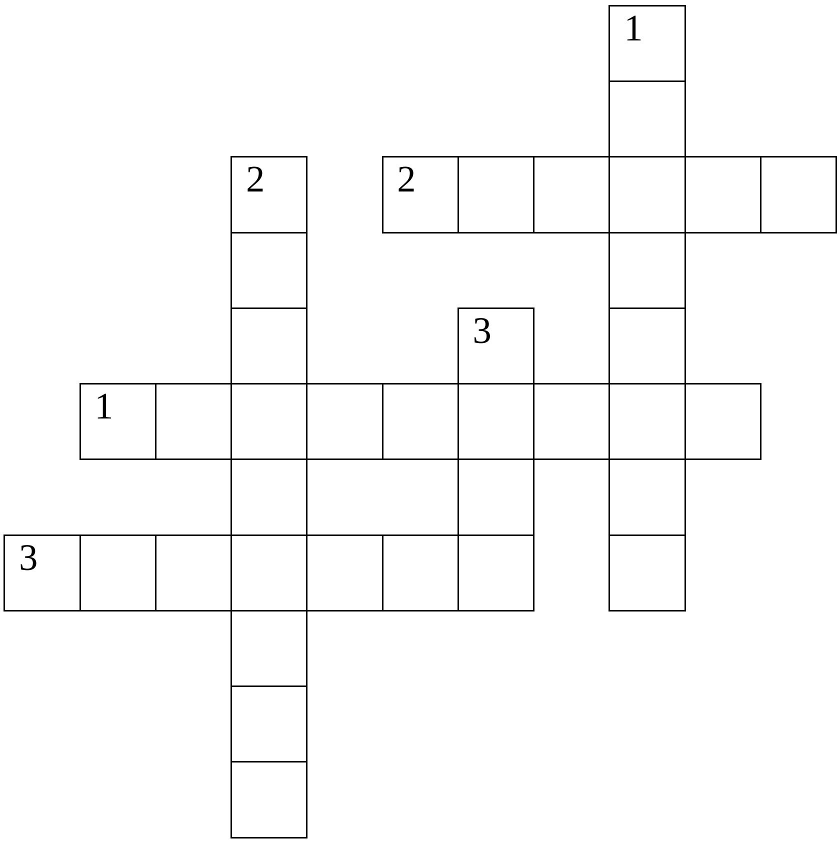
9. Графік функції $y=tgx$ паралельно перенесли вздовж осі Oy на $\frac{\pi}{2}$ одиниці вгору. При цьому отримали графік функції:
   1) $y=tg\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$;
   2) $y=tgx+\frac{\pi}{2}$;
   3) $y=tg\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$;
   4) $y=tgx-\frac{\pi}{2}$.

10. Вкажіть координатні чверті, де функція $y=\cos x$ набуває додатних значень:
   1) I і III;
   2) II і IV;
   3) II і III;
   4) I і IV.

Таблиця правильних відповідей:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	1	3	2	4	1	1	2	4

Додаток 2



По горизонталі:

1. Рухи, що періодично повторюються.
2. Час, протягом якого матеріальна точка здійснює повний оберт по колу.
3. Величина, яка обернена до періоду.

По вертикалі

1. Величина, яка визначає відхилення матеріальної точки від положення рівноваги.
2. Модуль максимального зміщення матеріальної точки від положення рівноваги.
3. Величина, яка визначає стан коливальної системи в довільний проміжок часу.

Відповіді:
По горизонталі:

1. Коливання.
2. Період.
3. Частота.

По вертикалі

1. Зміщення.
2. Амплітуда.
3. Фаза.